



TITLE:

待ち行列とパレート分析 (待ち行列理論とその応用 II)

AUTHOR(S):

牧野, 都治

CITATION:

牧野, 都治. 待ち行列とパレート分析 (待ち行列理論とその応用 II). 数理解析研究所講究録 1982, 452: 107-124

ISSUE DATE:

1982-02

URL:

<http://hdl.handle.net/2433/102975>

RIGHT:

待ち行列とパレート分析

東京理科大(理工) 牧野都治

1. まえがき

われわれはさきに, 「待ち行列タイプの問題に対するパレート分析」^[1] において, 仕事のわりふりについて考察した。この問題は, 仕事1件あたりのサービス時間と, 受注件数とが表1のようであるとき, 早くおわる仕事を窓口A, 時間のかかる仕事を窓口Bでサービスするのに, どのように振りわけたらよいかを調べたものである。ただし, 受注した仕事は何分のサービスを要するものであるかは, 受注時においてすでにわかっている。

この問題は, 仕事の本来のサービス分布が図1-(1) のようであるとき, これを2つの窓口A, Bにわり分ける問題である。

いま,

λ = 仕事の到着率, μ = 本来のサービス率
とし, 窓口Aについて

表 1. 受注状況

サービス時間	受注件数	累積サービス 百分率	累積件数 百分率	サービス時間	受注件数	累積サービス 百分率	累積件数 百分率
3,900 以上	31	29.4%	4.1%	1,700 ~ 1,900 以上 未満	13	57.0%	16.1%
3,700 ~ 3,900 以上 未満	3	30.8	4.5	1,500 ~ 1,700	21	60.7	18.9
3,500 ~ 3,700	5	32.9	5.1	1,300 ~ 1,500	23	64.4	21.9
3,300 ~ 3,500	3	34.1	5.5	1,100 ~ 1,300	44	70.4	27.7
3,100 ~ 3,300	10	37.9	6.8	900 ~ 1,100	47	75.9	33.8
2,900 ~ 3,100	9	41.1	8.0	700 ~ 900	73	82.3	43.4
2,700 ~ 2,900	6	43.1	8.8	500 ~ 700	123	90.3	59.5
2,500 ~ 2,700	12	46.7	10.4	300 ~ 500	155	96.7	79.8
2,300 ~ 2,500	2	47.3	10.6	300 未満	154	100.0	100.0
2,100 ~ 2,300	9	49.6	11.8	計	763	—	—
1,900 ~ 2,100	20	54.3	14.4				

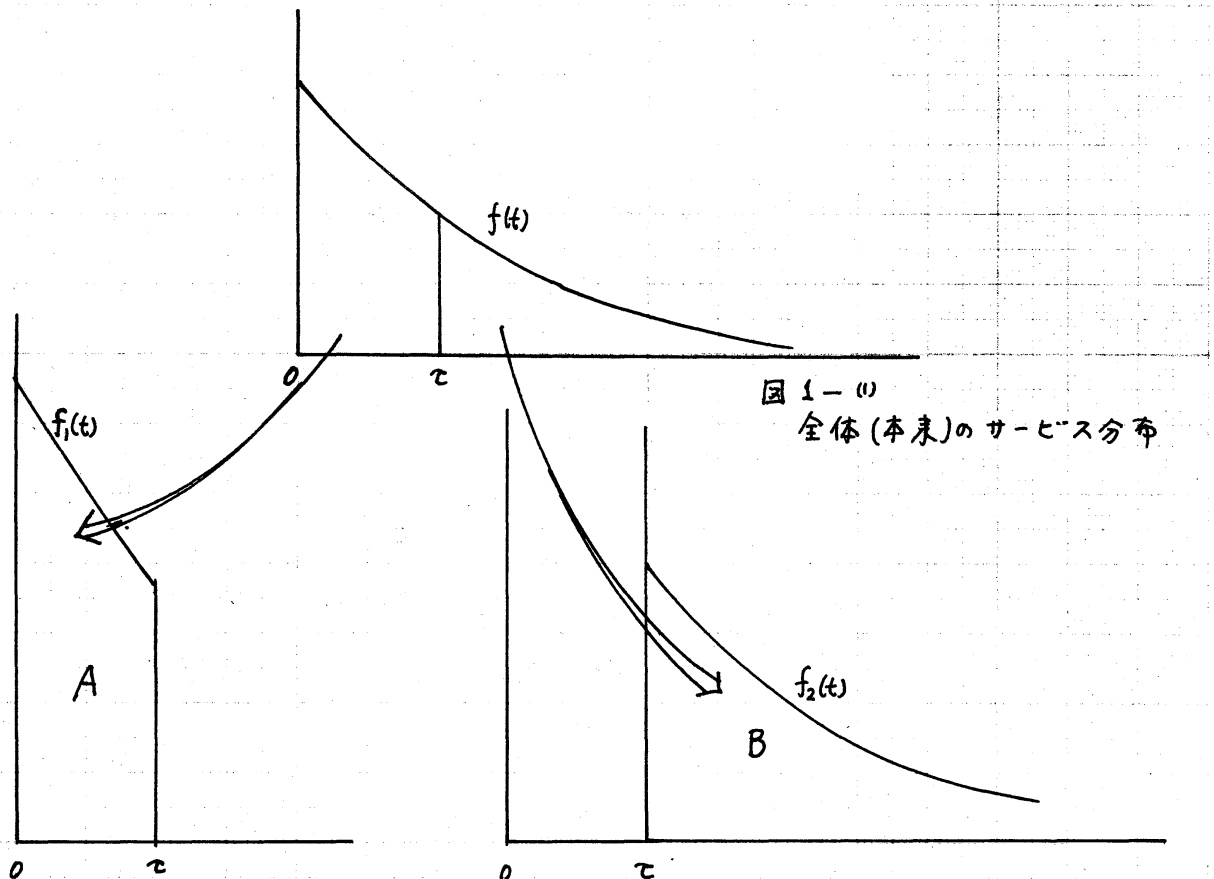


図 1-1

全体(本束)のサービス分布

図 1-2

窓口 A でのサービス分布

図 1-3

窓口 B でのサービス分布

λ_1 = 窓口 A への到着率, μ_1 = 窓口 A でのサービス率,

$\rho_1 = \frac{\lambda_1}{\mu_1}$ = 窓口 A での利用率

L_1 = 窓口 A での系平均人数

L_{q1} = 窓口 A での列平均人数

を用い, 窓口 B については, 上の添字の 1 を 2 に変えて,

$\lambda_2, \mu_2, \rho_2, L_2, L_{q2}$

などと表すことにする。

いま, 表 1 の 累積件数百分率を横軸, 累積サービス時間百分率を縦軸にとり, 100% を 1 と目盛ることにしてパレート図をかくと, 図 2 のようになる。

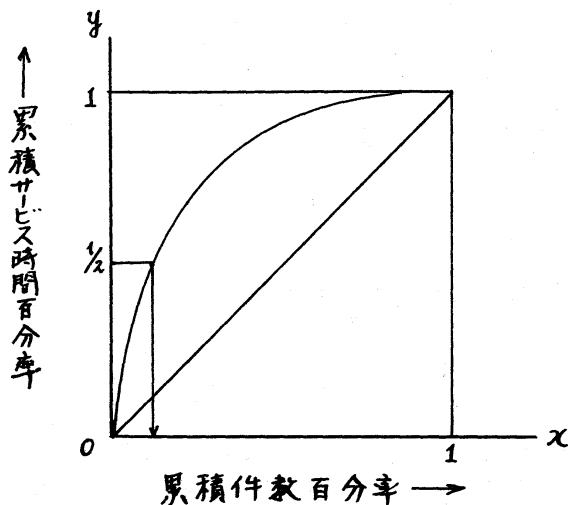


図 2. 受注状況のパレート図

ここで, 縦軸の目盛り $1/2$ のところに相当する横軸の目盛りのところで, 仕事をわりふれば,

$$\rho_1 = \rho_2,$$

つまり両者の利用率が等しくなるという意味での解が得られ

ることと [1] で示した。

それでは, $L_g = L_{g_1} + L_{g_2}$ を最小にするとか, $L_{g_1} = L_{g_2}$ になるような区分の仕方においては, パレート線上のどんなところでわけたらよいか。このことについて調べてみる。

ただし, 単一窓口の一般の待ち行列系では, 利用率が同じであっても, サービス分布の違いなどにより, 系平均人数などに大きな違いがでてくることは, よく知られている。ただ, あれわれのねらいは, それにもかかわらず, 仕事を2つの窓口に分けろという観点からは, L_g を最小にするのであっても, $L_{g_1} = L_{g_2}$ にしたり, または $\rho_1 = \rho_2$ にしたりするわけ方であっても, 結果は大きくは変わらないのではないかと予想される, そのことを調べてみようとするものである。

2. ポアソン到着・指数サービスの場合

はじめに, 仕事の到着は平均到着率 λ のポアソン分布, 処理時間 (サービス時間) は, 本来平均サービス率 μ の指数分布に従う場合について, L_g を最小にするてを求めてみる。

それは,

$$\begin{aligned} L_g &= L_{g_1} + L_{g_2} \\ &= \frac{\lambda_1^2 \cdot E(T_1^2)}{2(1-\rho_1)} + \frac{\lambda_2^2 \cdot E(T_2^2)}{2(1-\rho_2)} \end{aligned} \quad (1)$$

を最小にするてを求めることである。^[1]

ρ のいろいろな値に対して, (1)式のグラフをかいてみると,

図3 の よう に な る 。 た だ し , 図 3 は

$$L_g / (\frac{f^2}{2}) = Q , \quad \mu\tau = t$$

と お い て か か れ て い る 。 こ れ よ り , Q し た か っ て L_g を 最 小 に す る も の 値 は , ρ の 値 に あ ま り 影 響 を 与 え な い で , 大 体 1.5 程 度 に な る こ と が 読 み と れ る 。

一 方 , 本 来 の サ ー ビ ス 時 間 T に 対 し て , $\mu\tau = 1.5$ と な る よ う な τ で 区 分 す る と い う こ と は ,

$$P(T > \tau) = e^{-\mu\tau} = 0.2231$$

に よ り , パ レ ー ト 図 の 上 で は , 横 軸 0.2231 の と こ ろ で 区 分 す る こ と を 意 味 す る 。

と こ ろ で , わ れ わ れ は 「 A B C 分 析 に お け る 区 分 線 の 設 定 」 (文 献 [3]) を 考 え る に あ た り , 確 率 変 数 T (た と え ば , 本 来 の サ ー ビ ス 時 間) の 分 布 に 対 応 す る パ レ ー ト 図 を , 努 力 配 分 の 立 場 か ら 2 分 す る 原 理 に つ い て 調 べ た 。 そ こ で は , 図 4-(1) の わ け 方 , つ ま り 縦 軸 $1/2$ の と こ ろ で わ け よ う と す る も の を 等 価 法 と よ ん で い る 。 そ の と き の 区 分 点 を x_0 と す る 。 こ れ に 対 し , 図 4-(2) の わ け 方 , つ ま り ロ ス を 最 小 に す る わ け 方 , い い か え れ ば 余 積 と か い た 長 方 形 の 面 積 を 最 大 に す る わ け 方 を , 余 積 法 (ま た は 余 積 最 大 法) と 呼 ぶ 。 図 4-(2) で の x_1 は 余 積 法 に お け る 区 分 点 で あ る 。 さ ら に , 図 4-(3) に 示 す 方 法 は , 斜 線 を 施 し た 長 方 形 の 面 積 が 等 し く な る よ う に わ け る わ

112

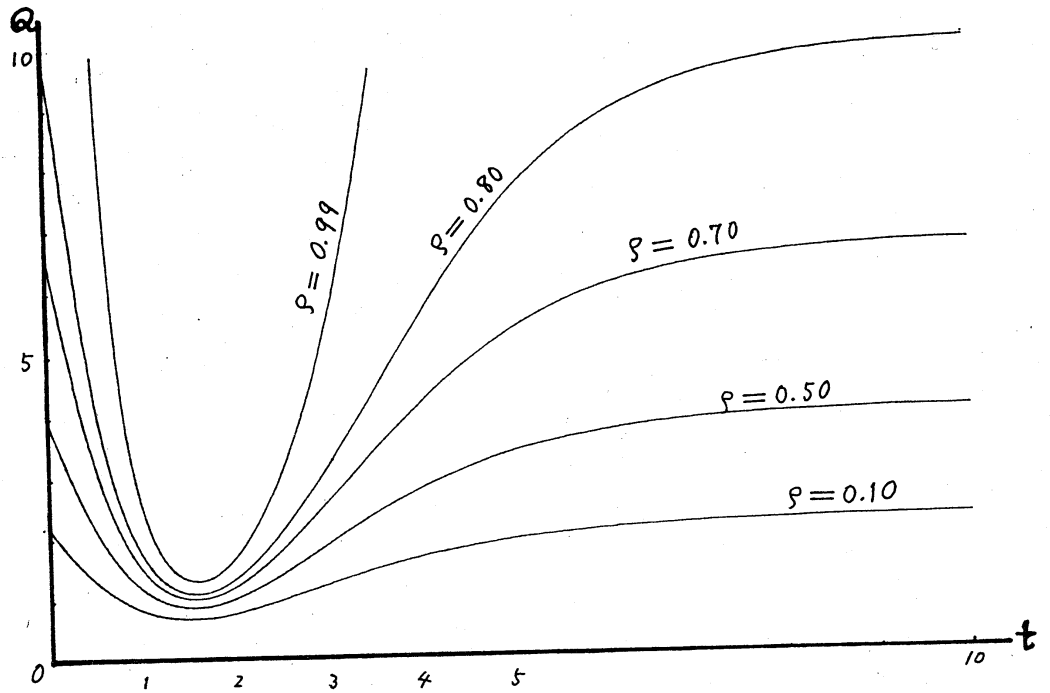


図3. 区分のし方と列平均人数の和

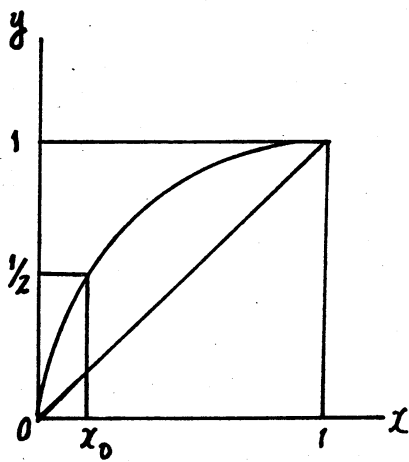


図4-(1)

等価法

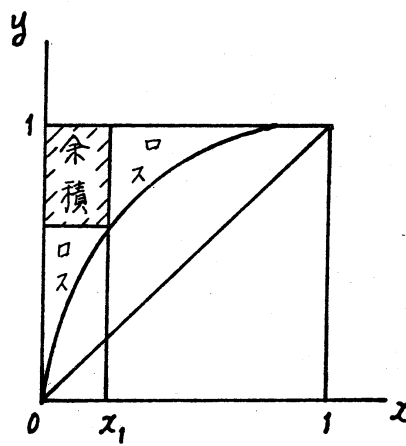


図4-(2)

余積法

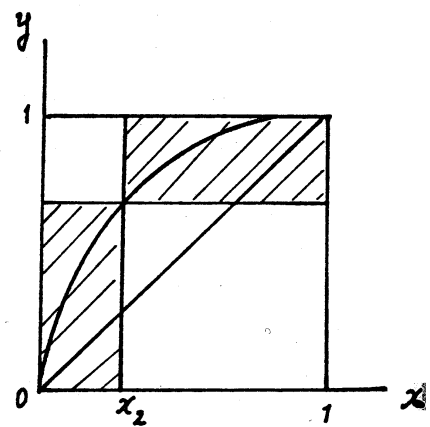


図4-(3)

等積法

け方であって，これを等積法とよんでいる。等積法による2分はきわめて容易で，パレート曲線と，対角線 $x+y=1$ との交点の x 座標 x_2 が区分点になる。

ふくらみ最大の点で，対角線 $x+y=1$ の右上にくる場合には，これらの区分点 x_0, x_1, x_2 の間に，つねに

$$x_0 \leq x_1 \leq x_2$$

という関係が成り立つ。

パレート曲線そのものは， T の確率密度関数を $f(t)$ とするとき，

$$x = \int_t^{\infty} f(t) dt, \quad y = \frac{1}{\nu} \int_t^{\infty} t \cdot f(t) dt$$

($\nu = E(T)$)

で表わされるわけであるが， T がたとえば指数分布のときには，パレート曲線が

$$y = x(1 - \log x) \quad (2)$$

となる，というようなことがよく知られている。したがって指数分布の場合，上に述べた等価法，余積法，等積法による2分のときの区分点は，それぞれ次の方程式の $0 \leq x \leq 1$ なる解である。

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{等価法: } 1 - 2x + 2x \log x = 0 \\ \text{余積法: } 1 - x + 2x \log x = 0 \\ \text{等積法: } 1 - 2x + x \log x = 0 \end{array} \right.$$

文献[1]での区分のし方は，上の等価法に基づくものであるから，指数サービスに対しては

$$x_0 = 0.187$$

で区分することを提唱したことになる。したがって，指数サービスに対しては，利用率を等しくするという意味での区分法になっている等価法での区分値 $x_0 = 0.187$ と，列平均人数の和を最小にする区分法での区分値 $x = 0.2231$ との間には，かなりのくい違いがみられる。（注．0.2231は，余積法での x_1 より小さい。）

それにもかかわらず，等価法での区分が，表1に対してうまく適合している。その理由などについては，次節で考えてみることにする。

3. ポアソン到着・ガンマサービスの場合

サービス時間 T の確率密度関数が

$$f(t) = \frac{(k\mu)^k e^{-k\mu t}}{\Gamma(k)} \cdot t^{k-1} \quad (3)$$

で表される場合について，前節と同様のことを調べてみる。(3)式は， E_k 分布の確率密度関数であるが，われわれは k を整数値に限定しないで，単に $k > 0$ とだけ考えることにする。その意味で，アールン分布というよりも，ガンマ分布といった方がよいので，そのようによぶことにする。

さて、形のパラメータ k を、いろいろ変えたとき、2分失がどのように変わるかを計算して、表2～表7を得た。

表2は、 $L_g = L_{g_1} + L_{g_2}$ を最小にするには、分布の上での区分失をいくらにしたらよいかを示している。(ただし、付表はすべて、本来のカーブスの平均 $1/\mu$ を尺度としてつけた区分失、つまり μ の値を示す。)

また、表3は上の場合の L_{g_1} , L_{g_2} , L_g の値を示し、さらにそれに対応するパレート曲線の区分失 (x 座標) の値がいくらになるかを、表4に載せてある。ただし表4には、 ρ の値が0.1および0.99という極端な場合に対する x の値を記入してある。 k の値があまり小さくないときには、 x は ρ によって大きく果るということはない様子が、表4から読みとれる。たとえば $k=1.0$ のとき、 x の値は大体0.20～0.22程度である。

つぎに表5は、 $L = L_1 + L_2$ を最小にしたときの L_1 , L_2 , および L の値を示している。

ところで、表1のデータからのパレート図は、 $k=1.0$ つまり指数分布のそれよりはいくぶん急なカーブになっている。表1にガンマ分布をあてはめてみると、実際は $k=0.7$ 程度である。したがって、大まかには、表2, 6および表4から読みとれるように、 L_g を最小にする、ないしは $L_{g_1} = L_{g_2}$ な

らしむる μ の値は、大体 1.7~1.8 程度であって、パレート図では横軸 $\lambda=0.18$ 程度のところで区分すればよいことになる。したがってこの場合、それは等価法での区分とかなり似かよったものになっているといえることができる。

こゝとは、表 1 のデータとは別に、もう一表、表 5 のものを読み直してみる。

表 5 は、 L を最小にしたときの L_1 , L_2 , L の値を示していることは前に述べたが、表 2 で L_g を最小にするための値を計算してあるのに対応する L の表は用意されていない。そのわけは、 ρ 不変律、つまり

$$L_1 = L_{g1} + \rho_1, \quad L_2 = L_{g2} + \rho_2$$

において、

$$\rho_1 + \rho_2 = \rho$$

が成り立つので、 L を最小にするためには、 L_g を最小にするそれと、つねに等しくなることによる。^[1] また、このことから明らかかなように、表 5 での L の値は表 3 での L_g の値に ρ を加えたものになっている。

さらに、表 2 および表 6 から、次のことを読みとることが出来る。それは、 $L_{g1} = L_{g2}$ ならしむる μ の値は、 L_g を最小にする μ の値よりも、つねに大きくなっている。ただし、この差は、形のパラメータ β が大きくなるにつれて縮まって

くる。たとえば、 $\rho = 1.0$ の場合には (ρ の値にもよるが)、
 大体 1.5 ないしは 1.6 程度になり、 $\rho = 2.0$ の場合には、いざ
 んでも 1.3 程度におちついてきている。

また、表 3 の L_{g_1} , L_{g_2} について、

$$L_{g_1} < L_{g_2}$$

となっており、表 5 の L_1 , L_2 についても

$$L_1 < L_2$$

になっている。つまり、列平均人数なり系平均人数を最小に
 する分割を行くと、短いサービス時間に対する L_{g_1} , L_1 の方
 が、長いサービス時間に対する L_{g_2} , L_2 よりも小さくなっ
 ていることがわかる。

4. 今後の課題

以上述べたことから、さらに進んで、仕事を 2 つの窓口
 ではなく、もっと一般に S 個の窓口に分りかけたらどうか
 なるか、またサービス分布をガンマ分布でなくワイブル分布
 にしたらどうか、さらに到着もポアソン到着でなく、もう少し
 一般的な分布に広げてみたらどうか、などについて今
 後さらに調べてみたいと考えている。

謝辞 小論を発表する機会を与えてくださった東京工業
 大学森村英典、京都大学大野勝久の両氏に感謝するとともに、
 数表作成にあたって労を煩わせた東京理科大学大学院の中野

勝博君に謝意を表する次第である。

[文 献]

- [1] 牧野郁治 (1976), 待ち行列タイプの問題に対するパレート分析, 統計数理研究所彙報 23巻2号.
- [2] 金上 (1979), 分布の特性の表現に対するパレート図の利用について, 統計数理研究所彙報 26巻1号.
- [3] 金上 (1980), ABC分析における区分線の設定, 日本オペレーションズリサーチ学会研究発表会予稿集.

表 2.

 L_g を最小にする t ($=\mu c$) の値

$\frac{p}{k}$	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	0.95	0.99
0.1	3.59492	3.72181	3.86201	4.01681	4.18734	4.37441	4.57842	4.79913	5.03556	5.15916	5.26036
0.2	2.66066	2.72766	2.79945	2.87618	2.95790	3.04454	3.13590	3.23163	3.33122	3.38228	3.42344
0.3	2.25820	2.30245	2.34826	2.39680	2.44762	2.50059	2.55553	2.61223	2.67038	2.69990	2.72369
0.4	2.02468	2.05635	2.08937	2.12366	2.15917	2.19579	2.23339	2.27180	2.31086	2.33055	2.34637
0.5	1.86740	1.89366	1.91874	1.94459	1.97114	1.99831	2.02601	2.05412	2.08250	2.09675	2.10816
0.6	1.75760	1.77691	1.79677	1.81710	1.83786	1.85899	1.88040	1.90202	1.92374	1.93461	1.94329
0.7	1.67273	1.68856	1.70475	1.72125	1.73801	1.75500	1.77213	1.78935	1.80658	1.81518	1.822204
0.8	1.60586	1.61912	1.63261	1.64631	1.66018	1.67417	1.68824	1.70233	1.71638	1.72338	1.72895
0.9	1.55166	1.56205	1.57440	1.58899	1.59768	1.60943	1.62122	1.63298	1.64469	1.65050	1.65513
1.0	1.50674	1.51649	1.52635	1.53630	1.54630	1.55634	1.56637	1.57636	1.58637	1.59119	1.59510
1.5	1.36206	1.36745	1.37285	1.37824	1.38361	1.38894	1.39422	1.39943	1.40456	1.40909	1.40909
2.0	1.28278	1.28623	1.28966	1.29307	1.29645	1.29978	1.30306	1.30628	1.30943	1.31098	1.31220
2.5	1.23238	1.23479	1.23718	1.23953	1.24186	1.24415	1.24639	1.24858	1.25072	1.25177	1.25259

表 3

 L_g を最小にしたときの L_{g_1} , L_{g_2} , L_g の値

R	ρ	L_{g_1}	L_{g_2}	L_g	R	ρ	L_{g_1}	L_{g_2}	L_g
0.10	0.10	0.0022	0.0045	0.0067	0.80	0.10	0.0016	0.0020	0.0036
	0.40	0.0473	0.0843	0.1316		0.40	0.0318	0.0375	0.0693
	0.70	0.2117	0.3070	0.5187		0.70	0.1245	0.1376	0.2621
	0.99	0.6609	0.7462	1.4071		0.99	0.3325	0.3442	0.6768
0.20	0.10	0.0020	0.0034	0.0054	0.90	0.10	0.0016	0.0020	0.0035
	0.40	0.0414	0.0629	0.1042		0.40	0.0312	0.0363	0.0675
	0.70	0.1747	0.2271	0.4018		0.70	0.1217	0.1332	0.2550
	0.99	0.5071	0.5535	1.0606		0.99	0.3239	0.3342	0.6580
0.30	0.10	0.0019	0.0029	0.0047	1.00	0.10	0.0016	0.0019	0.0035
	0.40	0.0381	0.0532	0.0913		0.40	0.0307	0.0352	0.0660
	0.70	0.1565	0.1924	0.3489		0.70	0.1194	0.1297	0.2491
	0.99	0.4400	0.4717	0.9118		0.99	0.3167	0.3259	0.6426
0.40	0.10	0.0018	0.0026	0.0044	1.50	0.10	0.0015	0.0017	0.0032
	0.40	0.0360	0.0475	0.0835		0.40	0.0291	0.0320	0.0611
	0.70	0.1453	0.1725	0.3178		0.70	0.1121	0.1185	0.2306
	0.99	0.4012	0.4251	0.8263		0.99	0.2942	0.3000	0.5942
0.50	0.10	0.0017	0.0024	0.0041	2.00	0.10	0.0015	0.0016	0.0031
	0.40	0.0345	0.0438	0.0783		0.40	0.0283	0.0303	0.0585
	0.70	0.1377	0.1593	0.2971		0.70	0.1081	0.1126	0.2207
	0.99	0.3755	0.3946	0.7701		0.99	0.2822	0.2863	0.5685
0.60	0.10	0.0017	0.0022	0.0039	2.50	0.10	0.0014	0.0016	0.0030
	0.40	0.0334	0.0411	0.0745		0.40	0.0277	0.0292	0.0569
	0.70	0.1321	0.1500	0.2822		0.70	0.1056	0.1090	0.2146
	0.99	0.3571	0.3730	0.7301		0.99	0.2748	0.2779	0.5527
0.70	0.10	0.0016	0.0021	0.0038					
	0.40	0.0325	0.0391	0.0716					
	0.70	0.1279	0.1430	0.2709					
	0.99	0.3433	0.3568	0.7001					

表4. L_g を最小にする分布の区分点 μ_T に対する
ハート図での区分点 α の値.

$k=0.1$	μ_T の値 α の値	3.59 0.07949	5.26 0.05561	$k=0.9$	μ_T の値 α の値	1.55 0.21410	1.66 0.19303
$k=0.2$	μ_T の値 α の値	2.66 0.11416	3.42 0.08712	$k=1.0$	μ_T の値 α の値	1.51 0.22091	1.60 0.20190
$k=0.3$	μ_T の値 α の値	2.26 0.13793	2.72 0.11102	$k=1.5$	μ_T の値 α の値	1.36 0.25295	1.41 0.23768
$k=0.4$	μ_T の値 α の値	2.02 0.15691	2.34 0.13066	$k=2.0$	μ_T の値 α の値	1.28 0.27520	1.31 0.26355
$k=0.5$	μ_T の値 α の値	1.87 0.17148	2.11 0.14634	$k=2.5$	μ_T の値 α の値	1.23 0.29190	1.25 0.28265
$k=0.6$	μ_T の値 α の値	1.76 0.18395	1.94 0.16100	$k=3.0$	μ_T の値 α の値	1.20 0.30275	1.21 0.29747
$k=0.7$	μ_T の値 α の値	1.67 0.19576	1.82 0.17328	$k=3.5$	μ_T の値 α の値	1.17 0.31614	1.18 0.31023
$k=0.8$	μ_T の値 α の値	1.61 0.20431	1.73 0.18385	$k=4.0$	μ_T の値 α の値	1.15 0.32571	1.16 0.31923

表 5.

L を最小にしたときの L_1, L_2, L の値

k	ρ	L_1	L_2	L	k	ρ	L_1	L_2	L
0.10	0.10	0.0280	0.0787	0.1067	0.80	0.10	0.0448	0.0588	0.1036
	0.40	0.1616	0.3700	0.5376		0.40	0.2092	0.2601	0.4673
	0.70	0.4364	0.7822	1.2189		0.70	0.4433	0.5187	0.9621
	0.99	1.0191	1.3799	2.3971		0.99	0.7948	0.8720	1.6668
0.20	0.10	0.0342	0.0712	0.1054	0.90	0.10	0.0455	0.0581	0.1035
	0.40	0.1798	0.3245	0.5042		0.40	0.2110	0.2565	0.4675
	0.70	0.4365	0.6654	1.1018		0.70	0.4439	0.5111	0.9550
	0.99	0.9070	1.1436	2.0506		0.99	0.7897	0.8583	1.6480
0.30	0.10	0.0377	0.0670	0.1047	1.00	0.10	0.0460	0.0575	0.1035
	0.40	0.1898	0.3015	0.4913		0.40	0.2124	0.2535	0.4660
	0.70	0.4380	0.6109	1.0489		0.70	0.4443	0.5048	0.9491
	0.99	0.8617	1.0400	1.9018		0.99	0.7855	0.8471	1.6326
0.40	0.10	0.0400	0.0643	0.1044	1.50	0.10	0.0478	0.0554	0.1032
	0.40	0.1963	0.2873	0.4835		0.40	0.2171	0.2441	0.4611
	0.70	0.4395	0.5783	1.0178		0.70	0.4457	0.4849	0.9306
	0.99	0.8367	0.9795	1.8163		0.99	0.7722	0.8120	1.5842
0.50	0.10	0.0417	0.0624	0.1041	2.00	0.10	0.0488	0.0543	0.1031
	0.40	0.2009	0.2774	0.4783		0.40	0.2195	0.2390	0.4585
	0.70	0.4408	0.5563	0.9971		0.70	0.4463	0.4744	0.9207
	0.99	0.8207	0.9394	1.7601		0.99	0.7650	0.7935	1.5585
0.60	0.10	0.0430	0.0609	0.1039	2.50	0.10	0.0493	0.0537	0.1030
	0.40	0.2044	0.2701	0.4745		0.40	0.2210	0.2360	0.4569
	0.70	0.4418	0.5403	0.9822		0.70	0.4465	0.4681	0.9146
	0.99	0.8095	0.9106	1.7201		0.99	0.7605	0.7822	1.5427
0.70	0.10	0.0440	0.0598	0.1038					
	0.40	0.2071	0.2645	0.4716					
	0.70	0.4427	0.5282	0.9709					
	0.99	0.8012	0.8889	1.6901					

表 6

 $Lg_1 = Lg_2$
 t_0 は t の値

$\frac{p}{h}$	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	0.95	0.99
0.1	4.60715	4.66948	4.73688	4.81001	4.88965	4.97669	5.07221	5.17946	5.29390	5.35685	5.40970
0.2	3.15140	3.17884	3.20827	3.23990	3.27399	3.31083	3.35078	3.39421	3.44161	3.46696	3.48809
0.3	2.56726	2.58348	2.60080	2.61990	2.63922	2.66060	2.68366	2.70860	2.73564	2.75003	2.76200
0.4	2.24299	2.25391	2.26555	2.27797	2.29125	2.30550	2.32081	2.33732	2.35515	2.36462	2.37248
0.5	2.03415	2.04208	2.05051	2.05950	2.06910	2.07937	2.09039	2.10224	2.11502	2.12178	2.12740
0.6	1.88742	1.89348	1.89991	1.90625	1.91405	1.92185	1.93021	1.93918	1.94884	1.95395	1.95818
0.7	1.77826	1.78305	1.78813	1.79353	1.79929	1.80544	1.81202	1.81907	1.82665	1.83066	1.83398
0.8	1.69365	1.69725	1.70167	1.70606	1.71073	1.71571	1.72103	1.72673	1.73286	1.73610	1.73878
0.9	1.62604	1.62927	1.63289	1.63633	1.64019	1.64432	1.64872	1.65344	1.65850	1.66117	1.66338
1.0	1.57070	1.57342	1.57631	1.57938	1.58264	1.58611	1.58982	1.59379	1.59805	1.60029	1.60214
1.5	1.39693	1.39832	1.39919	1.40135	1.40300	1.40476	1.40664	1.40864	1.41078	1.41191	1.41284
2.0	1.30492	1.30577	1.30666	1.30760	1.30861	1.30967	1.31081	1.31202	1.31331	1.31399	1.31465
2.5	1.24715	1.24832	1.24892	1.24955	1.25022	1.25094	1.25170	1.25251	1.25338	1.25383	1.25421

表 7.

 $L_{g_1} = L_{g_2}$ としたときの L_{g_1} , L_{g_2} , L_g の値

R	ρ	L_{g_1}	L_{g_2}	L_g	R	ρ	L_{g_1}	L_{g_2}	L_g
0.10	0.10	0.0035	0.0035	0.0070	0.80	0.10	0.0018	0.0018	0.0037
	0.40	0.0678	0.0678	0.1357		0.40	0.0347	0.0347	0.0695
	0.70	0.2630	0.2630	0.5260		0.70	0.1312	0.1312	0.2623
	0.99	0.7047	0.7047	1.4095		0.99	0.3384	0.3384	0.6769
0.20	0.10	0.0028	0.0028	0.0055	0.90	0.10	0.0018	0.0018	0.0036
	0.40	0.0529	0.0529	0.1059		0.40	0.0338	0.0338	0.0676
	0.70	0.2023	0.2023	0.4046		0.70	0.1276	0.1276	0.2552
	0.99	0.5308	0.5308	1.0616		0.99	0.3290	0.3290	0.6581
0.30	0.10	0.0024	0.0024	0.0048	1.00	0.10	0.0017	0.0017	0.0035
	0.40	0.0461	0.0461	0.0922		0.40	0.0330	0.0330	0.0661
	0.70	0.1752	0.1752	0.3504		0.70	0.1246	0.1246	0.2493
	0.99	0.4561	0.4561	0.9123		0.99	0.3213	0.3213	0.6427
0.40	0.10	0.0022	0.0022	0.0044	1.50	0.10	0.0016	0.0016	0.0032
	0.40	0.0421	0.0421	0.0841		0.40	0.0306	0.0306	0.0612
	0.70	0.1594	0.1594	0.3187		0.70	0.1153	0.1153	0.2307
	0.99	0.4133	0.4133	0.8266		0.99	0.2971	0.2971	0.5942
0.50	0.10	0.0021	0.0021	0.0041	2.00	0.10	0.0015	0.0015	0.0031
	0.40	0.0393	0.0393	0.0787		0.40	0.0293	0.0293	0.0586
	0.70	0.1488	0.1488	0.2977		0.70	0.1104	0.1104	0.2208
	0.99	0.3852	0.3852	0.7703		0.99	0.2843	0.2843	0.5686
0.60	0.10	0.0020	0.0020	0.0039	2.50	0.10	0.0015	0.0015	0.0030
	0.40	0.0374	0.0374	0.0748		0.40	0.0285	0.0285	0.0569
	0.70	0.1413	0.1413	0.2826		0.70	0.1073	0.1073	0.2146
	0.99	0.3651	0.3651	0.7303		0.99	0.2763	0.2763	0.5527
0.70	0.10	0.0019	0.0019	0.0038					
	0.40	0.0359	0.0359	0.0718					
	0.70	0.1356	0.1356	0.2712					
	0.99	0.3501	0.3501	0.7003					